

Доказательство методом от противного обычно проводится по следующей схеме: предполагается, что теорема

$$\forall x \in E(P(x) \rightarrow Q(x)) \quad (1)$$

не верна, то есть существует такой объект x , что условие $P(x)$ истинно, а заключение $Q(x)$ – ложно. Если из этих предположений путем логических рассуждений приходят к противоречивому утверждению, то делают вывод о том, что исходное предположение не верно, и верна теорема (1).

Покажем, что такой подход даёт доказательство истинности теоремы (1).

Действительно, предположим о том, что теорема (1) не справедлива, означает истинность формулы $\overline{\forall x \in E(P(x) \rightarrow Q(x))}$.

Противоречивое утверждение, которое получается из допущенного предположения, есть конъюнкция $C \& \bar{C}$, где C - некоторое высказывание. Таким образом, схема доказательств от противного сводится к доказательству истинности формулы

$$\overline{\forall x \in E(P(x) \rightarrow Q(x))} \rightarrow C \& \bar{C}.$$

Легко видеть, что эта формула равносильна формуле (1).

Действительно,

$$\overline{\forall x \in E(P(x) \rightarrow Q(x))} \rightarrow C \& \bar{C} = \overline{\forall x \in E(P(x) \rightarrow Q(x)) \vee C \& \bar{C}}. \equiv \forall x \in E(P(x) \rightarrow Q(x)).$$